Programme de colles n°1

semaine du 18 au 22 septembre

Notions vues en cours

Chapitre 1 : Logique

- Assertion, connecteurs logiques (et, ou, non, $\Longrightarrow$, $\Longleftrightarrow$), condition nécessaire / suffisante
- Quantificateurs : définition, passage à la négation, sens donné à l'ordre, règles pour échanger l'ordre
- Raisonnements : par implications / équivalences successives, contraposée, double implication, **par l'absurde**, par contre-exemple, **par récurrence** (simple, double, forte), par disjonction de cas, **par analyse-synthèse**

Chapitre 2 : Ensembles

- Construction d'ensembles (extension, compréhension, paramètre), ensembles usuels : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ et $\varnothing$
- Singleton, ensemble fini ou infini, inclusion et égalité d'ensembles (preuve par double inclusion)
- Ensemble des parties d'un ensemble E (noté $\mathscr{P}(E)$), couple, n-uplet, produit cartésien d'ensembles
- Opérations sur les ensembles : $\cup$, $\cap$, $\subset$, $=$, $\times$, complémentaire (noté $E \setminus A$, $\overline{A}$, A^c), propriétés élémentaires de ces opérations (Propriété 2.10)

Chapitre 3 : Somme et produits

- Famille indexée par un ensemble (dans ce chapitre, on supposera l'ensemble d'indexation fini)
- Sommes et produits : notations $\sum$ et $\prod$, opérations sur les sommes et produits, relation de Chasles
- Changement d'indice dans une somme, symétrisation, sommes et produits télescopiques
- Factorisation de $a^n - b^n$, sommes usuelles

Le reste du chapitre 3 (sommes doubles, etc.) n'est pas au programme cette semaine.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaitre.

1. Définitions (donc sans démonstration) : intersection, réunion, différence, complémentaire, ensembles disjoints et partition d'un ensemble. Chapitre 2, Définitions 2.8 et 2.9
2. Factorisation de $a^n - b^n$ Chapitre 3, Propriété 3.6
3. Sommes usuelles : énoncé uniquement. L'examinateur pourra ensuite demander de calculer des expressions similaires avec des bornes différentes, comme $\sum_{k=2}^{n+3} k^2$ ou $\sum_{k=1}^{n+2} x^k$ Chapitre 3, Propriété 3.7